第十一讲

1、 机械可靠性设计概述(续)

2、 思考题

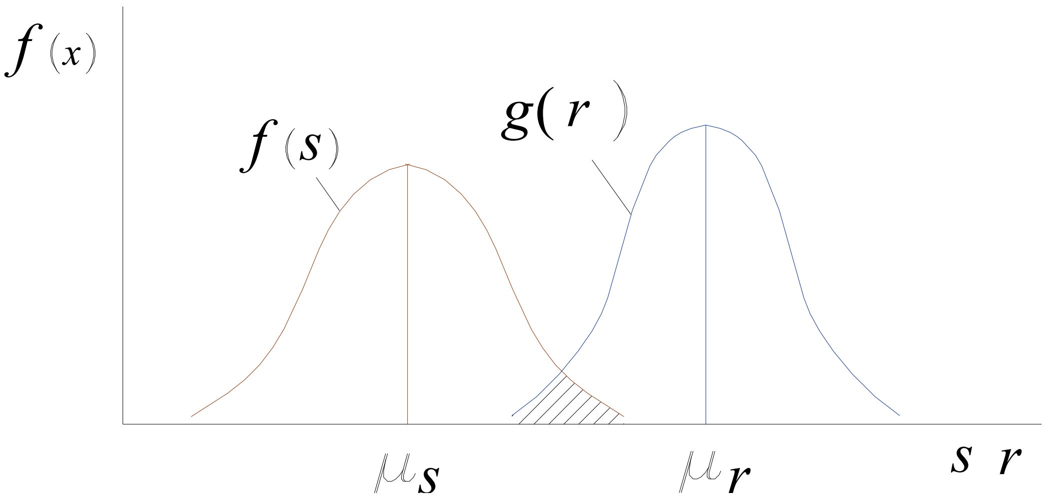
三、应力–强度干涉理论（模型）

1、基本概念

若应力s和强度r均为随机变量，则$z=r-s$也为随机变量。

产品要可靠，需满足：$z=r-s \geq 0$

即产品可靠度为：$R=P(z\geq 0)=P(r-s\geq 0)$



按概率论可有：

$$R = P(r > s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)\int_{s}^{\infty} g(r)\,dr\,ds$$

产品的可靠度与图中的干涉面积大小相关。

注意：此处应力与强度应理解为广义概念的应力与强度。

2、应力、强度均为正态分布时的可靠度计算

若 $r \sim N(\mu_r, \sigma_r)$ $s \sim N(\mu_s, \sigma_s)$ 则 $z = r - s \sim N(\mu_z, \sigma_z)$

其中 $\mu_z = \mu_r - \mu_s$ $\sigma_z = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}$

$$\therefore \quad R = P(z > 0) = P\left(\frac{z-\mu_z}{\sigma_z} > -\frac{\mu_z}{\sigma_z}\right) = P\left(\frac{z-\mu_z}{\sigma_z} < \frac{\mu_z}{\sigma_z}\right)$$

$$= \Phi(\frac{\mu_z}{\sigma_z}) = \Phi(\frac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}})$$

若令 $\beta = \dfrac{\mu_r - \mu_s}{\sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_s^2}}$ 则 $R = \Phi(\beta)$

两类可靠性问题：①已知β，求$R=\Phi(\beta)$ 可靠性估计

②已知R，求$\beta=\Phi^{-1}(R)$ 可靠性设计

例：一钢丝绳受到拉伸载荷$F\sim N$(544.3，113.4)kN，已知钢丝的承载能力$Q\sim N$(907.2，136)kN，求该钢丝的可靠度R。

解：$$\beta=\frac{\mu_Q-\mu_F}{\sqrt{\sigma_Q^2+\sigma_F^2}}=\frac{907.2-554.3}{\sqrt{136^2+113.4^2}}=2.0494$$

因此有：$R=\Phi(2.0494)=97.982\%$

若采用另一厂家生产的钢丝绳，由于管理严格，钢丝绳的质量的一致性较好，Q的均方差降为90.7kN，这时：

$$\beta\approx 2.5 \qquad R=\Phi(2.5)=99.39\%$$

比较上述分析，安全系数$\dfrac{\mu_Q}{\mu_F}\approx 1.64$并未改变，但$\sigma_Q\downarrow\Rightarrow R\uparrow$。

思考题

1、怎样理解应力强度干涉中应力与强度广义的概念?

2、当应力与强度均为正态分布时，可靠度计算需要用到哪些参数?